

# A definícióról

Borbély Gábor

2012

Egyszer egy fizikus hallgató megtudta, hogy egy szabadon hulló test magasságát a Galilei törvény írja le. Ebben a törvényben az eltelt idő *négyzetével* arányos a megtett út. Vagyis hogy az adott út megtételéhez szükséges időt kiszámolja, *gyököt* kellett számolnia. Ezért megkérdezte matematikus mesterét.

–Mester, hogyan számoljam ki az adott út gyökét?

A mester készségesen válaszolt, elmesélte a gyökvonás eljárásának történetét, majd megtanította tanítványának annak algebrai módszerét. Eztán egy napon át gyakorolta a fizikus különböző számok gyökének meghatározását és így fel lett vértézve a szabadon hulló test pályájának teljes ismeretével.

Ez nagyon kedvére volt a fizikusnak, mígnem az elektromosságot nem tanulta. Meglepődve tapasztalta, hogy ebben a diszciplínában negatív számból is vannak gyököt. Ezt nem nagyon értette, ezért újra felkereste a bölcs matematikust.

–Mester, eddig tudtam gyököt vonni minden pozitív számból, de most negatív számok gyökéről hallok. Hogy lehet ez?

A mester készségesen válaszolt, elmesélte, hogy bizony negatív szám is lehet valaminek a négyzete és megtanította tanítványát a *komplex* számok algebrai fortélyaira. Egy napig tartott az oktatás, majd egy napig a fizikus különböző számok gyökeit számolta, majd azok gyökeit, és már mindenféle komplex számnak ki tudta számolni a gyökét. Ezzel a fizikus az elektromos áramok nagy tudója lett és nagyon örült mesterségének.

De egy napon statisztikát tanult a hallgató és azt látta, hogy ezekben a tudományokban néhol egy mátrix gyökéről beszélnek. A statisztikát hasznosnak tartotta, de a mátrixok gyökét nem értette, ezért újfent felkereste mesterét.

–Mester, nagyon nagy bajban vagyok, el sem tudom képzelni, hogy ez mit jelenthet. Erre persze a mester nyugodtan elmagyarázta neki, hogy ha egy mátrix gyökét keressük, akkor egy olyan mátrixot keresünk, amelynek *négyzete* az eredeti mátrix. Ezt a hallgató értette, mert tudott mátrixot négyzetre emelni, de hogyan fordítsa meg a műveletet? A mester gondosan elmagyarázta neki, hogyan lehet olyan mátrixot keresni, aminek négyzete egy adott mátrix és egy hét alatt be is tanította neki, hogyan számolja ki különbnél-különb féle mátrixok *gyökét*.

Ekkor szöveget ütött a hallgató fejébe

–Mester, már elég sok mindent tanítottál nekem a gyökvonásról és úgy gondolom, már értem a gyökvonás *lényegét*.

–Akkor mondd meg fiam, mit jelent a gyökvonás? – kérdezte a mester.

–Egy dolog gyöke az, amit kétszer véve visszacapjuk az eredeti dolgot – felelte büszkén a tanítvány.

–Hát valóban megértetted a gyökvonás lényegét, de akkor felelj, mi a *deriválás* gyöke?

A tanítvány elhűlt, mert erre nem számított. Deriválni ugyan tudott, de vajon mit akar tőle a mester?

–Hát a  $\sin(x)$  függvényt ismered-e? – firtatta a matematikus.

–Persze, ismerem.

–És talán a deriváltját is tudod, nem?

–Persze, a  $\cos(x)$  függvény.

–És talán nem az előbb mondtad, hogy mi a deriválás lényege?

–Az imént, igen – mondta tanácstalanul a fizikus.

–A te magad állításaiból tehát a deriválás gyöke az a művelet, amit kétszer elvégezve a  $\sin(x)$  függvényen a  $\cos(x)$  függvényt kapjuk.

A fizikus elgondolkodott – Ugyan tényleg én magam is mondhatta volna ezeket, de mégis értelmetlen számomra ez az egész.

\*

–Mester, ugyan sokat tanultam tőled, de mégis úgy gondolom, hogy a matematika, amit nekem tanítottál mit sem ért, hiszen a saját állításaim között sem tudok kiigazodni. Annyi féle dolognak tudom már kiszámolni a gyökét, oly sok módon és mégis, elbizonytalanítottál magában a gyökvonás fogalmában. Mond meg nekem tehát, mi az a gyökvonás, vagy lásd be, hogy a matematika tényleg értelmetlen fogalmakkal foglalatoskodik.

–Nagyon örülök, hogy megkérdezted. A pallérozatlan elme valóban összezavarodhat ezen egyetlen egyszerű dolog sokfajta megnyilvánulása között. Mégis miért volt az, hogy én eddig minden kérdésedre tudtam felelni? A válasz a *definícióban* van.

Amikor te megkérdeztél, hogy hogyan vonjak ebből vagy abból gyököt, akkor én készségesen elmondtam, hogy az általad mutatott dologra milyen matematikai formulákat ismerek. Amikor ezeket megtanultad, akkor örömmel tapasztaltad, hogy a formulák megadják az általad keresett eredményt. De egyszer sem kérdezted meg, hogy *mit* is tanultál. Ha megkérdezted volna, hogy – és ez mi mester? – akkor elmondtam volna egy értelmezési tartományt és egy értékkészletet, valamint köztük egy leképezést, amit te gyökvonásnak nevezhetnél volna. Ha definiáltam volna, hogy milyen műveletet adtam át neked, akkor egy percre sem inoghatott volna meg a tudásod a legmerészebb kérdésre sem. Ha definiáltam volna neked egyetlen műveletet is, akkor el tudtad volna dönteni, hogy az eléd kerülő dologra az használható-e vagy sem. Ha használható, úgy használod, ha nem, úgy új (általánosabb) definíciót kérsz tőlem.

Vagyis tévesen hitted azt, hogy megértettél egy fogalmat. De miért csalt meg eszed? Talán nem értetted meg elég jól, amit mondtam neked?

–Igaza van mester, jobban kellett volna igyekeznem a tanulásban.

–Félreértesz, sem szorgalmaz, sem eszed nem hagyott kívánni valót maga után. Azért nem tudtad helyesen kezelni ezeket a fogalmakat, mert nem is definiáltam neked. Nem is hiányoltad, azt hitted tudod, hogy miről beszélsz. Mindaddig amíg nem tűztél ki egy világos célt, nem fogod tudni megmondani, hogy elérted-e.