

7. Gyak. Integrál-átalakító tételek

1. Igazolja Stokes tételét, ha S az alábbi kúppalást: $z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0$ és $\underline{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} z - y \\ x + y \\ -x - y \end{pmatrix}$

2. A Stokes tétel segítségével számolja ki az alábbi integrált:

$$\oint_{\partial S} \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix} \underline{d}\underline{x} \quad , \text{ ha } \partial S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 = 4, x + y + z = 0\}$$

3. A Green tétel segítségével számolja ki az alábbi integrált (Green tétel \equiv Stokes tétel $n = 2$ -re):

$$\oint_{|\underline{x}|=1} \begin{pmatrix} x \cdot e^x - y^3 \\ \cos y^2 + x^3 \end{pmatrix} \underline{d}F$$

4. A Gauss tétel segítségével számolja ki az alábbi felületi integrált:

$$\iint_S \begin{pmatrix} x^2 + e^{yz} \\ y - z \arctan x \\ x^2 y^3 \end{pmatrix} \underline{d}\underline{x} \quad , \text{ ahol } S = \underbrace{\{x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 3\}}_{\text{hengerpalást}} \cup \underbrace{\{x^2 + y^2 \leq 4, z = 3\}}_{\text{fedőlap}}$$

5. Legyen $\underline{v}(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 2y + z + x \\ 2x - 2y + 3z \\ 3y + x + z \end{pmatrix}$ és legyen S egy kúppalást: $x^2 + y^2 = 1 - z$ ($0 \leq z \leq 1$). Számolja ki az $\iint_S \underline{v} \underline{d}F$ értését

(a) a Gauss tétel segítségével,

(b) a Stokes tétel segítségével úgy, hogy megadunk egy vektorpotenciált.