

3. Gyak. Potenciálok

1.

$$\underline{v}(\underline{x}) := (y^2 + \alpha xyz)\underline{i} + (2xy + x^2z)\underline{j} + (\beta x^2y + 2z)\underline{k}$$

- (a) Milyen α, β paraméterek esetén lesz \underline{v} potenciálos?
 (b) Erre az α, β -ra adjon meg egy skalár potenciált úgy, hogy $f(1, 1, 1) = 0$ legyen! ($\text{grad } f = \underline{v}$)

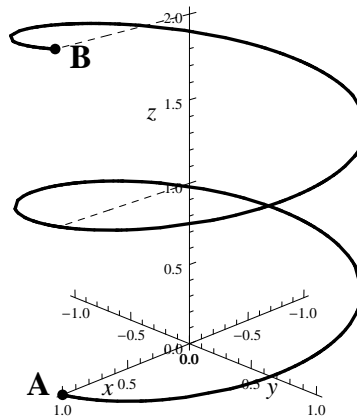
2.

- (a) Mutassa meg, hogy a $\underline{v}(\underline{x}) = (2xy + z^3)\underline{i} + x^2\underline{j} + 3xz^2\underline{k}$ erőter konzervatív!
 (b) Adjon meg egy skalárpotenciált!
 (c) Mekkora munkát végez az erőter, ha a tömegpontot az $A(1, -2, 1)$ pontból a $B(-1, 0, 3)$ pontba viszi?
 (d) $\tilde{f}(\underline{x}) := \int_0^{\underline{x}} \underline{v}(\underline{x}') d\underline{x}'$ (ahol a $0 - \underline{x}$ szakaszon integrálunk, $\text{grad } \tilde{f} = ?$)

3. $\underline{v}(\underline{x}) = \frac{3\underline{x}}{|\underline{x}|^3}$, $\oint_C \underline{v} \cdot d\underline{x} = ?$

(a) $C : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$

(b) C egy $A(1, 0, 0)$ -ből induló, $h = 1$ menetmagasságú csavarvonal 2 menete.



4. (a) Mutassa meg, hogy a $\underline{w}(\underline{x}) = (x + 2y + 4z)\underline{i} + (2x - 3y - z)\underline{j} + (4x + 2z - y)\underline{k}$ vektormezőnek van vektorpotenciálja!
 (b) Adjon meg egy vektorpotenciált!