

9. Gyak.

1. **Integrálkritérium számsorra** Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2} & \text{(c)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n} & \text{(e)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos 2n}{e^{3n}} \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n^2+1)^2} & \text{(d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^\alpha} & \end{array}$$

2. **Függvény sor, hatványsor, konvergencia sugár** Mi a konvergencia tartomány?

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin xn}{2^n} & \text{(b)} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} & \text{(c)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2+x^2} \end{array}$$

3. Egyenletes-e a konvergencia?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n x e^{-nx} = ?$$

4.

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^k} \quad g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k (1-x)$$

- (a) Milyen x -re definiált f és g ? (Értelmezési tartomány)
- (b) Hol lesz f és g folytonos?
- (c) Hol lehet tagonként deriválni ill. integrálni a sort?

5. **Hatványsorok** Állapítsa meg a konvergencia tartományt!

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \sum_{k=1}^{\infty} k x^k & \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2} & \text{(e)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-x)^k}{k 4^k} \\ \text{(b)} \sum_{k=0}^{\infty} k!(x-5)^k & \text{(d)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!} & \text{(f)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} x^k \end{array}$$

6. Fejtse hatványsorba a függvényt, határozza meg a konvergencia tartományt!

- (a) $\cos \sqrt{x}$
- (b) $\sin x \cos x$
- (c) e^{-x^2}
- (d) $\sinh^2 x$
- (e) $(1+x)^{-3}$