

## 7. Gyak.

1. Folytonos-e  $f$  a  $(0, 0)$  pontban?

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{különben} \end{cases} \quad (b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{különben} \end{cases}$$

2.  $f(x, y, z) = 2x^2 z - 3xz^2 + 2xy$ ,  $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\underline{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(a)  $\frac{\partial f}{\partial \underline{v}} = ?$   $\frac{\partial f}{\partial \underline{v}}(\underline{x}_0) = ?$

(b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = ?$   $\frac{\partial f}{\partial y} = ?$   $\frac{\partial f}{\partial z} = ?$

(c)  $\Delta f = ?$  (Laplace)

(d)  $(df)(\underline{x}_0, \underline{x}) = ?$

(e)  $\hat{\underline{x}} := \begin{pmatrix} 1.99 \\ 0.98 \\ -0.99 \end{pmatrix}$

$\Delta f := f(\hat{\underline{x}}) - f(\underline{x}_0) = ?$  (pontos megváltozás),  $\Delta f \approx (df)(\underline{x}_0, \hat{\underline{x}}) = ?$ ,  $\Delta f - df = ?$

(f)  $f(\hat{\underline{x}})$ -et közelítse a totális derivált segítségével!

3.  $f = z \cdot \sqrt{y^2 + \frac{x}{2}}$ ,  $\underline{x}_0^\top = (10, 2, 4)$ ,  $\hat{\underline{x}}^\top = (10, 1.99, 4.02)$

(a) közelítőleg mekkor lesz  $f(\hat{\underline{x}})$ ?

(b) közelítőleg mennyit változik  $f$ , ha  $\underline{x}_0$ -ról  $\hat{\underline{x}}$ -ra térünk át?

(c) hány %-kal változik meg az  $f$  értéke, ha (az  $\underline{x}_0$ -ban) az első változót 2%-kal, a második változót 4%-kal növeljük, a harmadik változót pedig 3%-kal csökkentjük?

4.  $f(x, y) = x^3 \cdot \sqrt{y} + 2y^2 \cdot \sqrt[3]{x}$ ,  $\underline{x}_0 = (1, 1)$

(a) Adja meg az  $\underline{x}_0$ -beli érintősík egyenletét!

(b) Legyen  $\Delta x = -0.001$ ,  $\Delta y = 0.01$  Mennyit változik a függvény érték közelítőleg?

(c) Valamelyik változót 10%-kal növelhetjük. Melyik legyen az, ha nagyobb függvényértéket akarunk elérni?