5. Gyak.

1.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Adja meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

(b) Mutassa meg, hogy a sajátvektorok lineárisan függetlenek!

(c) Legyen $S = \begin{bmatrix} \underline{s}_1 & \underline{s}_2 & \underline{s}_3 \end{bmatrix}$ (azaz térjünk át a sajátvektorokból álló bázisra, ennek a bázistranszformáció-mátrixa S)

Adjuk meg A mátrixát ebben a bázisban!

$$A_{\text{új}} = S^{-1} \cdot A \cdot S$$

(d) Mutassa meg, hogy

$\operatorname{Spur} A := a_{11} + a_{22} + a_{33} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

$\det A = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3$

(e) $rang(A) =?$ (létezik-e A^{-1} ?)

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(a) s.é., s.v. =?, Mutassa meg, hogy $\underline{s}_1 \perp \underline{s}_2$!

(b) $\underline{s}_i^0 := \frac{\underline{s}_i}{|\underline{s}_i|}$, $S^0 := \begin{bmatrix} \underline{s}_1^0 & \underline{s}_2^0 \end{bmatrix} =?$

(c) Mutassa meg, hogy $\left(S^0\right)^{-1} = \left(S^0\right)^\top$

(d) $\left(S^0\right)^\top \cdot A \cdot S^0 =?$

(e)

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 5 = p(\underline{x})$$

Hozza $p(\underline{x})$-et kanonikus alakra!

3.

$$-x^2 - y^2 + z^2 + 6xy + 2xz + 2yz = p(\underline{x})$$

Hozza kanonikus alakra!