

A2 Gyakorlat

Műszaki Menedzser szakos hallgatóknak

3-4. hét - Függvénysorozatok, függvénysorok - Megoldások

Feladatok:

1. Feladat. Hol konvergensek az alábbi függvénysorozatok? Ha lehet adja meg a határfüggvényt!

- a) konvergens, ha: $x \in \mathbb{R}$, határfüggvény: $f(x) = \frac{x}{3}$
- b) semmilyen x -re sem konvergens
- c) konvergens, ha: $x \geq 0$, határfüggvény: $f(x) = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$
- d) konvergens, ha: $x \neq (4k+3)\pi/2$, határfüggvény: $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq (2k+1)\pi/2 \\ 1, & x = (4k+1)\pi/2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$
- e) konvergens, ha: $x \in \{0\} \cup (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$, határfüggvény: $f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > \sqrt{2} \\ 1, & x = 0 \end{cases}$
- f) konvergens, ha: $x \in (-\infty, -3) \cup [-1, \infty)$,
határfüggvény: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \text{ vagy } -1 < x \\ 1, & x = -1 \end{cases}$

2. Feladat. Hol konvergensek/abszolút konvergensek az alábbi függvénysorok? Ha lehet adja meg az összegfüggvényt!

- a) konvergens, ha $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, összegfüggvény: $f(x) = 0$
- b) konvergens, ha: $1/e < x < e$, összegfüggvény: $f(x) = \frac{1}{1 - \ln(x)}$
- c) konvergens, ha: $x^2 < 2$, összegfüggvény: $f(x) = \frac{1}{1 - e^{(x^2-2)}}$
- d) konvergens, ha: $x > 0$, összegfüggvény: $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$
- e) konvergens, ha: $x \in \mathbb{R} \setminus [0, 1]$, összegfüggvény: $f(x) = \frac{1-x}{2}$
- f) minden x -re konvergens
- g) minden x -re konvergens

3. Feladat. Állapítsa meg az alábbi hatványsorok konvergenciatartományát. Ha lehet adja meg az összegfüggvényt.

- | | | |
|----------------------------|--|--|
| a) $[-1, 1)$ | b) $[-1, 1)$ | c) $(-\infty, \infty)$ |
| d) $[1, 3]$ | e) $x = 5$ | f) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, összegfgv: $\frac{1}{1-3x}$ |
| g) $x = 0$ | h) $(-\infty, \infty)$ | i) $(-\infty, \infty)$ |
| j) $[-2, 2)$ | k) $(-4, 4)$ | l) $(-1, 1)$ |
| m) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ | n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n$ | o) $[-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$ |
| p) $[-1, 1)$ | q) $[0, 2)$ | r) $(-4, -2)$ |
| s) $[2, 4)$ | | |