

A2 Gyakorlat

Műszaki Menedzser szakos hallgatóknak

14. hét - Hármassintegrál, henger és gömbi koordináták

Feladatok:

1. Feladat. Számítsuk ki az alábbi háromváltozós függvények integrálját a megadott térrészben

- a) $f(x, y, z) = x^2 + y - z$, $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 1$; $0 \leq z \leq 3$
- b) $f(x, y, z) = 1$, $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 1$; $0 \leq z \leq x^2 + y^2$
- c) $f(x, y, z) = x - 2y + 4z$, $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$; és $x + y + z = 1$ síkok közötti rész
- d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, $(0, 0, 0)$; $(A, 0, 0)$; $(0, B, 0)$ és $(0, 0, C)$ csúcspontú tetraéderben

2. Feladat. Határozzuk meg a megadott térrész térfogatát és súlypontját:

- a) $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$; és $2x + y + z = 1$ síkok közötti rész
- b) $z = x^2 + 2y^2$ és $z = 4$ közötti rész

3. Feladat. Alkalmos koordináták bevezetésével határozzuk meg a felületek által határolt tartományok térfogatát:

- a) $z = 4 + x + 2y$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 1$
- b) $0 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
- c) $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 \leq 4$

4. Feladat. Alkalmos koordináták bevezetésével számítsuk ki a tömegét a határoló felületek által megadott testnek, ha a ρ függvény a tartomány pontjaiban mért sűrűséget adja meg:

- a) $\rho(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 3$, $0 \leq y \leq \sqrt{2x - x^2}$, $0 \leq x \leq 2$,
- b) $\rho(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{5}{4}}$, $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$
- c) $\rho(x, y, z) = 2x - y + z$, $0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2$
- b) $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$; $0 \leq z \leq 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$
- c) $\rho(x, y, z) = 2 - z$; $z = x^2 + y^2$; $z = 1 - x^2 - y^2$ között rész