A2 Gyakorlat
Műszaki Menedzser szakos hallgatóknak

11. hét - Többváltozós függvények deriválása

Elmélet:
$\mathbf{grad} f(x_0, y_0) = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0))$

Az $f(x,y)$ függvény érintősíkja az (x_0, y_0) pontban:
$z = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_x y(x_0, y_0)(y - y_0)$

Az $f(x,y)$ iránymenti deriváltja az (x_0, y_0) pontban:
α irányban: $f'_\alpha = \langle \mathrm{grad} f(x_0, y_0), (\cos\alpha, \sin\alpha) \rangle$
$\mathbf{v}$ irányban: $f'_\mathbf{v} = \langle \mathrm{grad} f(x_0, y_0), \mathbf{v_0} \rangle$, ahol $\mathbf{v_0} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$

Feladatok:

1. Feladat. Határozza meg az alábbi kétváltozós függvények parciális deriváltjait:

a) $f(x,y) = x^3 - 5x^2y - xy + 3y^6 - 1$
b) $f(x,y) = e^{x^2+y^3}$
c)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y) = \mathrm{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$
d)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y,z) = z - \sqrt{x^2 + y^2}$
e) $f(x,y,z) = ze^{-x}\mathrm{tg}(y)$

2. Feladat. Írja fel az adott pontban az alábbi felületek érintősíkját:

a) $f(x,y) = x^2 + 3xy + y^2$; $P(1, -2)$
b) $f(x,y) = x\ln(x+y)$; $P(-2, 3)$
c)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right)$; $P(1,2)$

3. Feladat. Az alábbi felületnek mely pontjában lesz az érintősík párhuzamos az adott síkkal:

a) $f(x,y) = \ln(xy)$; $x + y + z = 1$
b)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y) = 3x^2 - 4xy + 2x + y^2 + 1$; $z = 1$
c) $f(x,y) = x^2 + xy + 2y^2 - 5x + y + 3$; $z = 0$

4. Feladat. Számítsa ki az alább kétváltozós függvények iránymenti deriváltját az adott pontban:

a) $f(x,y) = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ $P(3,4)$; $\mathbf{v} = (1, -\sqrt{3})$

b) $f(x,y) = \sin(xy)$ $P(1/4, \pi)$; $\alpha = 150°$

c) $f(x,y) = e^y \cdot \ln(x) - xe^x$ $P(1,0)$; $\alpha = 30°$

d)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y) = 2x^2 - 3xy + y^2 + 15$ $P(1,1)$; $\mathbf{v} = (1,1)$

e)$^{\mathrm{hf}}$ $f(x,y) = \mathrm{tg}(2x + y)$ $P(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$; $\alpha = 225°$