

Bsc/A1/Gé/2.HF/2010 őszi félév (V. Nagy)

Leadási határidő: az 2. ZH előtti gyakorlaton a gyak. vezér részére
(olvashatóan, kézzel írva!)

- (a) Az a, b, c paraméterek értékét adja meg úgy, hogy az $y = e^x$ és az $y = ax^2 + bx + c$ görbék $x_0 = 1$ -ben másodrendben érintkezzenek!
(b) Hányadrendben érintkeznek az $x_0 = 0$ -ban az x -tengellyel az $y_1 = 1 - \cos x$ illetve az $y_2 = e^x - \left(1 + x + \frac{x^2}{2}\right)$ görbék?
- (a) Adja meg az $f(x) = x^3$ fv $x_0 = -1$ pontjában a görbület értékét és írja fel a simulókör egyenletét.
(b) Az $f(x) = \ln x$ fv mely pontjában lesz a görbület maximális?
3. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat!

$$(1) \int (3 - x^2)^3$$

$$(2) \int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}}$$

$$(3) \int (2^x + 3^{x-1})^2$$

$$(4) \int \sqrt[3]{1-3x}$$

$$(5) \int \frac{1}{2+3x^2}$$

$$(6) \int \frac{1}{\sqrt{3x^2-2}}$$

$$(7) \int \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{x}{2}}$$

$$(8) \int \frac{x}{(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(9) \int x e^{-x}$$

$$(10) \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}}$$

$$(11) \int \frac{1}{x \ln x}$$

$$(12) \int \frac{x^2}{1+x}$$

$$(13) \int \frac{x^5}{1+x}$$

$$(14) \int \frac{3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 2}{2x+1}$$

$$(15) \int \frac{3x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x + 2}{x^2 + 1}$$

$$(16) \int \frac{x^4 - 1}{x - 1}$$

$$(17) \int \frac{5}{(x^2 - 4)(x^2 + 2)}$$

$$(18) \int \frac{1}{x^2 + x - 2}$$

$$(19) \int \sin^2 x$$

$$(20) \int \sin 3x \cdot \sin 5x$$

$$(21) \int \cos 2x \cdot \sin 7x$$

$$(22) \int \cos 4x \cdot \cos x$$

$$(23) \int \sin^3 x$$

$$(24) \int \cos^4 x$$

$$(25) \int \operatorname{sh}^2 x$$

$$(26) \int \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{sh} 2x$$

$$(27) \int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}}$$

$$(28) \int \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(29) \int \sqrt{4-x^2}$$

$$(30) \int \sqrt{9+x^2}$$

$$(31) \int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$(32) \int x^2 \ln x$$

$$(33) \int x^3 \cdot \operatorname{ch} 3x$$

$$(34) \int x^2 \sin 2x$$

$$(35) \int (3x^2 + 2x - 1) e^{-2x}$$

- (36) $\int x^3 e^{-x^2}$
- (37) $\int \arctan x$
- (38) $\int \frac{x}{(x+1)(x^2+5x+6)}$
- (39) $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}$
- (40) $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}$
- (41) $\int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{1+e^{\frac{x}{2}}}$
4. (a) $\int_{-3}^4 ||x^2-1|-2| dx = ?$
- (b) $\int_0^3 \operatorname{sgn}(x-x^3) dx = ?$
- (c) $\int_{-2}^1 \frac{1}{(11+5x)^3} dx = ?$
- (d) $\int_1^e x^3 \cdot \ln x^2 dx = ?$
- (e) $\int_2^4 \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx = ?$
- (f) $\int_1^{e^3} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = ?$
- (g) $\int_{-1}^0 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx = ?$
5. (a) $y' = (2x+3) \cdot 2^x, y = ?$
- (b) $y' = e^{2x} \cdot \cos 3x, y = ?$
- (c) $y' = x^2 \cdot \ln^2 x, y = ?$
- (d) $y' = \frac{2x^3+3x^2-2}{x+1}, y = ?$
6. Az $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ fv-re az $I = [-1, 2]$ -ben írja fel
- (a) $n = 6$ esetén az alsó- és felső-közelítő összegeket. (s_6 ill. S_6)
- (b) azt a közbülső közelítő összeget, amelyre ξ_k éppen a k . részintervallum felezőpontja!
- (c) Melyik közelítő érték közelíti meg legjobban $\int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right) dx$ értékét?
- (d) * $s_n, S_n = ?$, $\lim s_n = ?$, $\lim S_n = ?$
7. * Adja meg a def. alapján az $f(x) = 2x - 1$ fv egy u.n. "integrál függvényét"! (jele: $\Phi_a(x)$) $\Phi_a'(x) = ?$ ($a = 0$)
8. Határozza meg az alábbi görbékkel határolt síkidomok területét!
- (a) $f = x^2 + 4, g = 2x^2$
- (b) $f = x^2, g = \sqrt{x}$
- (c) $f = \ln x, g = \ln^2 x$
- (d) $f = x^2 - 4, g = 1 - \frac{1}{4}x^2$
9. Milyen arányban osztja ketté az $y^2 = 2x$ parabola az $x^2 + y^2 = 8$ kör területét?
10. Számolja ki az alábbi impropius integrálokat!
- (a) $\int_{-\infty}^1 e^x (x^3 - x^2 + x - 1)$
- (b) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2}$
- (c) $\int_2^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}$
- (d) $\int_0^1 \frac{1}{(2-x)(1-x)}$
- (e) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^3}$
- (f) CHW $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^3}$
- (g) $\int_{-\infty}^{\infty} \arctan x$
- (h) CHW $\int_{-\infty}^{\infty} \arctan x$
- (i) $\int_{-3}^0 \frac{2}{(x-1)(x+2)}$
- (j) CHW $\int_{-3}^0 \frac{2}{(x-1)(x+2)}$