

6. Gyak. szélsőérték, monotonitás, inflexió, görbület

1. Adja meg ez alábbi fv lokális szélsőértékeit!

(a) $f(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$

(b) $f(x) = \frac{10}{1+\sin^2 x}$

(c) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$

(d) * $f(x) = \frac{\sin^2 \varphi}{(1-0.5 \cdot \cos \varphi)^2}$

2. $R > 0$ sugarú körlemezből mekkora körcikket kell kivágni, hogy a kapott körkúp maximális térfogatú legyen?

3. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{1}{2^2} \leq x^3 + (1-x)^3 \leq 1, \text{ ha } 0 \leq x \leq 1$$

4. Melyik az $\sqrt[n]{n}$ sorozat legnagyobb tagja?

5. Adja meg az alábbi fv-ek lokális szélsőérték helyeit és monotonitási tartományait! (1. táblázat)

(a) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

(b) $f(x) = \ln(e^{3x} + e^x - 1)$

(c) $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

6. Adja meg az f inflexiós pontjait és görbületi viszonyait! (2. táblázat)

(a) $f(x) = x^4 \cdot e^x$

(b) $f(x) = \frac{1}{8}(x^4 - 4x^3 + 8)$

(c) $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$