

3. Gyak. Deriválás, érintő, Taylor polinom

1.

$$\begin{aligned} s(t) &:= A \cdot \cos(\omega t + \alpha) && \text{(egy rezgő oszcillátor kitérése)} \\ v(t) &= \dot{s}(t) = ? && \text{(sebesség)} \\ a(t) &= \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) = ? && \text{gyorsulás} \end{aligned}$$

Mutassa meg, hogy a Hooke törvény teljesül, azaz a visszahúzó erő: $m \cdot a(t)$ arányos a kitéréssel!
($a(t) = -\omega^2 \cdot s(t)$)

2. (a) Írja fel az $y = (x + 1)\sqrt[3]{3 - x}$ függvény érintőjének egyenletét az $x_0 = 5$ pontban! Hol metszi ez az érintő az x -tengelyt?
(b) Mely pontokban lesz az $f(x) = 2 + x - x^2$ függvény érintője párhuzamos az $y = x$ egyenessel?
(c) Mekkora szögben metszi az $y = \log x$ függvény az x -tengelyt?
3. (a) $f(x) = \sqrt{x}$, $f^{(5)} = ?$
(b) $f(x) = x \cdot \ln x$, $f^{(10)} = ?$
4. $f(x) = x^x$, $x_0 = 1$ a harmadfokú Taylor polinomot írja fel! Közelítse az $f(1.2)$ értéket a Taylor polinom segítségével!
5. $x^2 \cdot y^3(x) - 3(x^2 + 1)^2 = x^3 \cdot y(x) - 6$
 $y(1) = ?$, $y'(1) = ?$
Írja fel az $x_0 = 1$ pontbeli érintő egyenletét.
6. $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$, $x_0 = 2$
 - (a) Ha x_0 értékét 10%-al növeljük, akkor hány %-kal változik a függvény érték?
 - (b) Ahhoz, hogy a függvény értéke 30%-kal csökkenjen, kb. hány %-kal kell az x_0 értékét megváltoztatni és mekkora ez az érték?
7. (a) $f(x) = x^3 \sqrt{x} \left(x^3 - \frac{2}{x} + 6\right) + \left(\sqrt{x^3} - 2\right)^7 + 3$, $f' = ?$
(b) $g(x) = \frac{x+1}{x+\sqrt{4+x^2}}$, $g' = ?$
(c) $h(x) = \sin^2(x^2) + \cos \sqrt{x} + \cot(\tan x)$, $h' = ?$