

### 3. Gyak.

#### Függvény határérték, asszimptota, folytonosság

1. (a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x^2+x-1}-\sqrt{x}}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 6x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\tan 2x}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{x+1}}{4^{x-2}}$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|}$

2. Határozza meg a szakadási helyek jellegét és adja meg az asszimptotikát!

(a)  $f(x) = \frac{x(x^2-1)}{(x+3)^2}$

(b)  $g(x) = \frac{(x^2+3)(x+2)}{4(x^2+x-2)}$

(c)  $h(x) = \operatorname{sgn}(x^3 - x)$

3. Válasza meg az ismeretlen paraméter értékét úgy, hogy a függvény mindenhol folytonos legyen! Készítsen ábrát is!

(a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{\sin(-2x)} & , 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ c + e^x & , -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \tan x}{x} & , 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{b-x} & , -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \end{cases}$

(c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - a & , 2 < x < 4 \\ \frac{1}{x-3} + 6 & , x \geq 4 \end{cases}$

(d)  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} & , x \leq -4 \\ -3x - a & , x > -4 \end{cases}$

(e)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x} + b & , x < 1 \\ a & , x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & , x > 1 \end{cases}$

(f)  $f(x) = \begin{cases} a - x^2 & , x < 0 \\ 2 \cos x & , 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x + b & , x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$