

**BME KJK Matematika A1a Analízis, 2. pótZH**  
**2015. december 4.**

Minden feladat 10 pontot ér, tehát összesen 60 pontot lehet szerezni. Részfeladatok esetén a pontszám egyenletesen oszlik el a részek közt. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Hol folytonos, és ahol nem, ott milyen szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} & x \leq 0 \\ \frac{\pi \sin x}{4x} & x > 0 \end{cases}$$

2. Adjuk meg a  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x$  polinom gyöktényezős alakját!

3. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltját!      a)  $\frac{x}{\operatorname{tg} x^2}$                       b)  $x^{\operatorname{arcsin} x}$

4. Határozzuk meg az  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+2}$  függvény abszolút szélsőértékeit a  $[-2,2]$  intervallumon!

5. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  függvényen! (Segítség: a függvénynek nincs aszimptotája.)

6. A következő feladatok mindegyike 2 pontot ér:

- a) Legyen  $f$  és  $g$  két olyan függvény, amik csak egyetlenegy pontban térnek el egymástól. Lehet-e mindkét függvény folytonos az egész számegetesen?
- b) Mi az  $\operatorname{arctg} x$  függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?
- c) Igaz-e, hogy ha az  $f$  függvény folytonos a  $(0,1)$  intervallumon, akkor ott felveszi a maximumát?
- d) Igaz-e, hogy ha egy függvény egyszerre konvex és konkáv a  $[0,1]$  intervallumon, akkor ott biztosan konstans?
- e) Az alábbiak közül pontosan az egyik limeszre NEM alkalmazható a l'Hospital-szabály. Melyik az, miért nem alkalmazható, és mennyi a határérték?      i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$                       ii)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$

**BME KJK Matematika A1a Analízis, 2. pótZH**  
**2015. december 4.**

Minden feladat 10 pontot ér, tehát összesen 60 pontot lehet szerezni. Részfeladatok esetén a pontszám egyenletesen oszlik el a részek közt. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Hol folytonos, és ahol nem, ott milyen szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} & x \leq 0 \\ \frac{\pi \sin x}{4x} & x > 0 \end{cases}$$

2. Adjuk meg a  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x$  polinom gyöktényezős alakját!

3. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltját!      a)  $\frac{x}{\operatorname{tg} x^2}$                       b)  $x^{\operatorname{arcsin} x}$

4. Határozzuk meg az  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+2}$  függvény abszolút szélsőértékeit a  $[-2,2]$  intervallumon!

5. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  függvényen! (Segítség: a függvénynek nincs aszimptotája.)

6. A következő feladatok mindegyike 2 pontot ér:

- a) Legyen  $f$  és  $g$  két olyan függvény, amik csak egyetlenegy pontban térnek el egymástól. Lehet-e mindkét függvény folytonos az egész számegetesen?
- b) Mi az  $\operatorname{arctg} x$  függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?
- c) Igaz-e, hogy ha az  $f$  függvény folytonos a  $(0,1)$  intervallumon, akkor ott felveszi a maximumát?
- d) Igaz-e, hogy ha egy függvény egyszerre konvex és konkáv a  $[0,1]$  intervallumon, akkor ott biztosan konstans?
- e) Az alábbiak közül pontosan az egyik limeszre NEM alkalmazható a l'Hospital-szabály. Melyik az, miért nem alkalmazható, és mennyi a határérték?      i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$                       ii)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$