

A1 Gyakorlat

Műszaki Menedzser szakos hallgatóknak

12. hét - Vektorok

Elmélet:

\mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok végpontjai közti szakasz $\lambda : \mu$ arányú osztópontjába mutató vektor: $\frac{\mu\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}}{\lambda + \mu}$

Skalárszorzat: $\langle (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) \rangle = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

Vektoriálisszorzat: $(a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) = (a_2b_3 - a_3b_2, -a_1b_3 + a_3b_1, a_1b_2 - a_2b_3)$

Vegyesszorzat: $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = \langle \mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$

\mathbf{a} vektor \mathbf{v} -vel párhuzamos és arra merőleges összetevői:

$$\mathbf{a}_p = \frac{\langle \mathbf{a}, \mathbf{v} \rangle}{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle} \mathbf{v}, \quad \mathbf{a}_m = \mathbf{a} - \mathbf{a}_p$$

Feladatok:

1. Feladat. Igazolja, hogy az $(0, -1, 0)$, $(1, 1, 1)$ és $(2, -1, 4)$ vektorok lineárisan függetlenek. Írja fel a $\mathbf{v} = (4, -3, 6)$ vektort a megadott vektorok lineáris kombinációjaként.

$$(\alpha = 6, \beta = 2, \gamma = 1)$$

2. Feladat. Mely "t" érték választása esetén lesznek az $(0, -1, t)$, $(1, 2, 0)$ és $(1, 1, 1)$ vektorok lineárisan függetlenek? Írja fel a $\mathbf{v} = (4, -3, 6)$ vektort a megadott vektorok lineáris kombinációjaként a $t = 3$ választás esetén.

$$(\alpha = -5/2, \beta = -19/2, \gamma = 27/2)$$

3. Feladat. Írja fel az $\mathbf{A}(0, -1, 2)$ és $\mathbf{B}(2, 2, -4)$ végpontok által megadott szakasz 2:3 arányú osztópontjának koordinátáit.

$$(\alpha = 4/5, \beta = 1/5, \gamma = -2/5)$$

4. Feladat. Bontsa fel a $(4, 2, 3)$ vektort a $(0, 1, -1)$ vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre.

$$(\mathbf{a}_p = (0, -1/2, 1/2), \mathbf{a}_m = (4, 5/2, 5/2))$$

5. Feladat. Írja fel az $\mathbf{A}(3, -1, 0)$, $\mathbf{B}(-1, 0, 4)$ és $\mathbf{C}(7, -2, -1)$ pontok által meghatározott háromszög súlypontjának koordinátáit. Határozza meg a háromszög \mathbf{C} csúcsánál lévő szög nagyságát. Mekkora a háromszög területe? Számítsa ki az \mathbf{A} csúcsból induló magasság talppontját a \mathbf{BC} oldalon.

$$(S = (3, -1, 1), \alpha = 17.6^\circ, Ter = 6.18, \mathbf{T} = (113/31, -36/31, 34/31))$$

6. Feladat. Számítsuk ki a $(2, 0, 1)$, $(3, 1, -1)$ és $(-3, 2, 0)$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát.

$$(V = 13)$$

7. Feladat. Számítsuk ki az $\mathbf{A}(1, 1, 1)$, $\mathbf{B}(-3, 0, -1)$, $\mathbf{C}(0, 2, 1)$ és $\mathbf{D}(2, -1, 2)$ vektorok által kifeszített tetraéder térfogatát.

$$(V = 7/6)$$