

4. gyakorlat

Függvényhatárértékek és folytonosság Szakadási pontok osztályozása

F1. A függvényhatárértékre vonatkozó tételek felhasználásával számítsa ki az következő határértékeket:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x} - 1},$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 3x^2 + 1}{x^2 - 10x + 1},$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 - 2x^5 + x^2}{x^9 + 3x^4 - 2x^2}.$$

F2. A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ összefüggés felhasználásával számítsa ki az alábbi hárértékeket:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x},$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

F3. Számítsa ki az $x_0 = 1$ pontban a jobb- és a bal oldali határértékét az

$$f(x) := \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 1} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{1\})$$

függvénynek.

F4. Határozza meg az alábbi függvények szakadási helyeit és azok fajtáit:

$$(a) f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 5\} \\ 0, & \text{ha } x = 2, x = 5; \end{cases}$$

$$(b) f(x) := \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 1, & \text{ha } x = 0; \end{cases}$$

$$(c) f(x) := \begin{cases} e^{-1/x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 1, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

Opcionális

F5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) = ?$

F6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x^2} = ?$ (1^∞ eset).