

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok szinguláris érték szerinti felbontásának teljes és redukált alakját, és írjuk fel a hozzá tartozó diadikus felbontást!

$$\begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 0 & 12 & 6 \\ 6 & 6 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Számítsuk ki az előző feladatban szereplő mátrixok pszeudoinverzét!
3. Adjuk meg előző feladatban szereplő négyzetes mátrixok polárfelbontását!
4. Számítsuk ki az alábbi vektorok megadott normáit!

$$(\sqrt{3}, -i, 6i, 3), (0.1, -0.2, -0.2), p = 1, 2, \infty;$$

$$(1, 2, 2), (2, 3, 6), (1, 4, 8), (4, 4, 7), p = 2,$$

$$(i, 2, \sqrt{2} - \sqrt{2}i, -4i), p = 1, 2, \infty;$$

$$(3, 4, 5), (11, 12, 13, 14), p = 3.$$

5. Adjuk meg az alábbi mátrixok Cholesky - felbontását.

$$\begin{bmatrix} 25 & 15 & -5 \\ 15 & 18 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 & -4 \\ 4 & 10 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

6. Számítsuk ki az alábbi mátrixok Frobenius-, 1-, 2-, és  $\infty$  normáját!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

7. Mutassuk meg a karakterisztikus egyenlet felírása nélkül, hogy az alábbi mátrixnak van legalább egy valós sajátértéke:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1.5 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$