7. házi feladat

Algebra1 – matematika Bsc

határidő: 2017.11.09 23:59

Bizonyítsuk be az alábbiakat.[1]

1. Feladat (1p)**.** *Ha egy G csoport ciklikus, akkor elemszáma legfeljebb megszámlálhatóan végtelen.*

Segítség: adjunk meg egy $\mathbb{Z} \mapsto G$ szürjektív leképezést, az bizonyítja a kívántakat.

2. Feladat (2p)**.** *Ha egy G csoportra $|G| = p^2$ egy p prím számmal, akkor $G \simeq \mathbb{Z}_{p^2}$ vagy $G \simeq \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$.*

Segítség: Lássuk be, hogy G Ábel és akkor ez következik a véges Ábel csoportok tételéből.

3. Feladat (2p)**.** *Ha egy csoport 15 elemű, akkor izomorf $\mathbb{Z}_{15}$-el.*

Segítség: Sylow részcsoportokkal lássuk be, hogy van 15-öd rendű elem a csoportban (ekkor az generálja a csoportot ⇔ ciklikus ✓).

[1] Használjuk az eddigi házik állításait (is), de a múlt heti gyakorlatról ne hivatkozzuk be a 8, 9 vagy 11. feladatot!