

1. házi feladat

Algebra1 – matematika Bsc
2017 ősz

határidő: 2017.09.14 23:59

Ezeket könnyű, de terjedelmes feladatoknak szánom. Lényegében egyszerű lépéseket kell leírni, de ügyeljünk a pontos megfogalmazásra és kerüljük a nem-bizonyított következtetéseket (még ha a következmény helyes is).

1. Példa (2p). *Bizonyítsuk be az alábbiakat!*

- Egy H nem-üres halmaz $H \mapsto H$ függvényei a kompozícióra nézve félcsoportot alkotnak.*
- Az egyetlen neutrális eleme id_H és hogy ez kétoldali is.*
- A szürjektív függvényeknek van egyik oldali, az injektíveknek másik oldali inverze (hívjuk akárhogy is a két oldalt).*

2. Példa (3p). *Legyen $M \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$ olyan részhalmaz, hogy a jobb felső és a bal alsó elemek nullák.*

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & e \\ 0 & f & g \end{pmatrix}$$

Ezen értelmezzük a következő műveletet $\odot : M \times M \mapsto M$. Ha $A, B \in M$, akkor $A \odot B$ úgy számolandó, hogy A -t és B -t mint hagyományos mátrixok összeszorozzuk, majd az eredményben a jobb felső és bal alsó elemeket nullává tesszük.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ c_1 & d_1 & e_1 \\ 0 & f_1 & g_1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} a_2 & b_2 & 0 \\ c_2 & d_2 & e_2 \\ 0 & f_2 & g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 c_2 & a_1 b_2 + b_1 d_2 & 0 \\ a_2 c_1 + c_2 d_1 & b_2 c_1 + d_1 d_2 + e_1 f_2 & d_1 e_2 + e_1 g_2 \\ 0 & d_2 f_1 + f_2 g_1 & e_2 f_1 + g_1 g_2 \end{pmatrix}$$

*Mutassuk meg, hogy ezen a halmazon ez a kétváltozós művelet nem asszociatív!*¹

¹ Érdemes Sage-el vagy Mathematica-val kiszámolni, hogy három elem asszociátora nem 0.

$$(A \odot B) \odot C - A \odot (B \odot C) \neq 0$$